

プログラミング演習B ML編 第3回

2013/4/23 (コミ)

2013/4/24 (情報・知能)

住井

[http://www.kb.ecei.tohoku.ac.jp/
~sumii/class/proenb2013/ml3.pdf](http://www.kb.ecei.tohoku.ac.jp/~sumii/class/proenb2013/ml3.pdf)

今日のポイント

1. **局所定義**
2. **高階関数** (higher-order functions)
**整数や浮動小数点数と同じように、
関数も「値」として扱える**
3. **多相関数** (polymorphic functions)
「どんな型についても使える」関数

レポートについて

電気・情報系内のマシンから

<http://130.34.188.208/> (情報・知能)

<http://130.34.188.209/> (コミ)

にアクセスし、画面にしたがって提出せよ。締め切りは**一週間後厳守**。

- 初回は画面にしたがい自分のアカウントを作成すること。
- 「プログラム」のテキストボックスがある課題では、プログラムとしてsmlに**入力**した文字列のみを**過不足なく正確に**コピー&ペーストして提出せよ。
(smlの**出力**は「プログラム」ではなく考察に含めて書くこと。)
- プログラムの課題でも必ず考察を書くこと。
- 提出したレポートやプログラムの実行結果は「提出状況」から確認できる。
 - 質問はm1-enshu@kb.ecei.tohoku.ac.jpにメールせよ。
 - レポートの不正は試験の不正と同様に処置する。

復習：變數・関数定義

變數定義

`val` 變數名 = 式

関数定義

`fun` 関数名 引数名₁ ... 引数名_n = 式

ポイント 1 : 局所定義

- `let 定義1 in 式1 end`
 - 定義₁は式₁の中でのみ使える
- `local 定義1 in 定義2 end`
 - 定義₁は定義₂の中でのみ使える
- 「その場だけ必要な」定義に用いる
- `let`と`local`は何が違うの? ⇒ `in`の中が違う
 - ◆ `let ... in ... end`は全体として式に、
`local ... in ... end`は全体として定義になる

例

```
- let val pi = 3.14 in
= pi * 10.0 * 10.0 end ;
val it = 314.0 : real
- local val pi = 3.14 in
= fun area r = pi * r * r end ;
val area = fn : real -> real
- area 10.0 ;
val it = 314.0 : real
- pi ;
stdIn:22.1-22.3 Error: unbound
variable or constructor: pi
```

課題 3.1

以下の定義や式を順番に入力し、
結果を考察せよ。

1. `val pi = 3.0`
2. `let val pi = 3.14 in
pi * 10.0 * 10.0 end`
3. `local val pi = 3.14 in
fun area r = pi * r * r end`
4. `pi * 10.0 * 10.0`
5. `area 10.0`

ポイント2：高階関数

例題：

「浮動小数点数から浮動小数点数への関数 f を受け取って、それを微分した関数 f' を返す」という関数 `diff` を書け。

- 微分は

$$f'(x) = \frac{f(x + 0.001) - f(x)}{0.001}$$

と近似せよ。

解答例

```
fun diff f = (* 関数fを引数として受け取る *)  
  let  
    fun f' x = (* 関数f'を定義 *)  
      (f (x + 0.001) - f x) / 0.001  
    in  
      f' (* f'を結果として返す *)  
    end
```

- このように「関数を引数として受け取る」あるいは「関数を結果として返す」関数を高階関数という

実行例

```
- fun diff f = ... ; (* 前のページと同じ *)
val diff = fn : (real -> real) -> real ->
  real
- val g = diff Math.sin ;
val g = fn : real -> real
- g 0.0 ;
val it = 0.9999998333333 : real
- g 3.14 ;
val it = ~0.999999361387 : real
- (diff Math.sqrt) 1.0 ; (* 括弧は省略可能 *)
val it = 0.499875062461 : real
```

引数の型が関数型

返値の型も関数型

課題 3.2

1. `Math.sqrt`, `Math.sin`, `Math.cos`, `Math.tan`, `Math.exp`, `Math.ln`などの関数について、先の`diff`を用いて微分を計算し、結果を確認せよ。
2. 浮動小数点数から浮動小数点数への適当な関数を自分で定義して、先の`diff`を用いて微分を計算し、結果を確認せよ。
 - 定義する関数によっては次頁に注意

ちょっと微妙な注意...

- SMLでは、+や*など一部の演算が、`int`と`real`の両方について
オーバーロード（多重定義）されている
- しかし、**ユーザが定義した関数は
オーバーロードされない**
 - 曖昧な場合は、デフォルトで`int`が優先される
 - `fun square x = x * x ;`
`val square = fn : int -> int`
 - `real`にしたい場合は「**式 : 型**」などの構文で
型を指定する
 - `fun square (x : real) = x * x ;`
`val square = fn : real -> real`

課題 3.3

整数から整数への関数 f に対し、

$$g(n) = f(n) - f(n-1)$$

なる関数 g のことを f の階差という。

f を引数として受け取り、 f の階差を結果として返す関数 `delta` を書け。

課題 3.4

整数から整数への関数 f を受け取り、
「正の整数 n を受け取って、
 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n)$ を返す関数」
を返す関数 `sigma` を書け。

■ 下のようになれば良い

```
- fun square x = x * x ;  
val square = fn : int -> int  
- (sigma square) 10 ;  
val it = 385 : int
```

ヒント

- 前回の再帰関数sumを参照
- たとえば次のような形で書ける

```
fun sigma f =  
  let  
    fun sum n =  
      (* f(1)+...+f(n)を求める *)  
    in  
      sum  
    end
```

- 他の形で書いてもOK

課題 3.5 (optional)

浮動小数点数から浮動小数点数への関数 f を受け取って、 f を 0.0 から 1.0 まで積分した結果を返す関数 `integral` を書け。

- 積分は $0.001 * (f(0.0005) + f(0.0015) + f(0.0025) + \dots + f(0.9975) + f(0.9985) + f(0.9995))$ と近似せよ。
- ヒント : 「浮動小数点数 x を受け取って、 $f(0.0005) + f(0.0015) + f(0.0025) + \dots + f(x - 0.002) + f(x - 0.001) + f(x)$ を返す」という再帰関数 g を局所定義してから、 $0.001 * (g\ 0.9995)$ を返せば良い。
- `integral Math.exp` の値が 1.718282 ぐらいになれば良い。

課題 3.5 の注意

- 浮動小数点数には誤差があらうるので、
=で比較してはいけない (Standard MLでは型エラー)。
誤差も考慮して、例えば $x = \sim 0.0005$ ではなく
 $x < 0.0$ 等のように比較すること。

- $0.1 + 0.1 + 0.1 = 0.3$;

```
stdIn:17.1-17.22 Error: operator and  
operand don't agree [equality type  
required]
```

```
operator domain: 'Z * 'Z
```

```
operand:          real * real
```

```
in expression:
```

```
0.1 + 0.1 + 0.1 = 0.3
```

- $0.1 + 0.1 + 0.1 > 0.3$;

```
val it = true : bool
```

ポイント3：多相関数

例題：

「関数 f と関数 g を受け取って、 f と g の合成関数を返す」という関数`compose`を書け。

解答例

```
- fun compose f g =  
=   let fun h x = g (f x) in  
=   h end ;
```

```
val compose =
```

```
  fn : ('a -> 'b)    fの型  
      -> ('b -> 'c)  gの型  
      -> 'a -> 'c    hの型
```

'a, 'b, 'cは「何でも良い」 (型変数)

実行例

```
- (compose Math.exp Math.ln) 1.23 ;  
val it = 1.23 : real  
  
- fun square x = x * x ;  
val square = fn : int -> int  
  
- (compose square square) 10 ;  
val it = 10000 : int
```

このcomposeのように「どんな型についても使える」関数を多相関数という。

課題 3.6

以下の関数は多相関数である。どのような型を持つか確認して考察せよ。また、実際に様々な型で使ってみよ。

1. `fun id x = x`

2. `fun first x y = x`

3. `fun second x y = y`

4. `fun twice f x = f (f x)`

課題 3.7 (optional)

課題 3.4 の関数 `sigma` と、課題 3.3 の関数 `delta` を、前出の `compose` で合成したら、どのような関数になるか。いくつかの例を実際に試して確認せよ。

- 合成の順番に注意すること

課題 3.8 (optional)

1. 「関数 f と非負整数 n を受け取り、 f を n 個合成した関数を返す」という関数 `repeat` を書け。
2. 上述の `repeat` と前出の `diff` を使って、浮動小数点数から浮動小数点数への様々な関数の n 階微分 ($n \geq 2$) を求め、結果を確認せよ。