

2005年度「ソフトウェア基礎科学」試験問題

2006年2月3日

13:00-14:30

13:30以降途中退出可能

次のような抽象構文と small-step 簡約規則、型つけ規則を持つ言語について、問に答えよ。答は問の下か、指定された空欄に記入せよ。

v (値)	::=	i	(整数定数)
		$fix(\lambda f. \lambda x. e)$	($f(x) = e$ なる再帰関数 f)
e (式)	::=	v	(値)
		$e_1 - e_2$	(整数減算)
		$if\ e_1 \leq e_2\ then\ e_3\ else\ e_4$	(整数比較と条件分岐)
		x	(変数)
		$e_1 e_2$	(関数適用)
τ (型)	::=	int	(整数型)
		$\tau_1 \rightarrow \tau_2$	(関数型)

$$\frac{i - j = k}{i - j \rightarrow k} \text{(R-Sub)}$$

$$\frac{e_1 \rightarrow e'_1}{e_1 - e_2 \rightarrow e'_1 - e_2} \text{(R-Sub1)}$$

$$\frac{e \rightarrow e'}{v - e \rightarrow v - e'} \text{(R-Sub2)}$$

$$\frac{i \leq j}{if\ i \leq j\ then\ e_3\ else\ e_4 \rightarrow e_3} \text{(R-IfTrue)}$$

(R-IfFalse)

$$\frac{e_1 \rightarrow e'_1}{if\ e_1 \leq e_2\ then\ e_3\ else\ e_4 \rightarrow if\ e'_1 \leq e_2\ then\ e_3\ else\ e_4} \text{(R-If1)}$$

氏名: _____ 学籍番号: _____

$$\frac{e_2 \rightarrow e'_2}{\text{if } v \leq e_2 \text{ then } e_3 \text{ else } e_4 \rightarrow \text{if } v \leq e'_2 \text{ then } e_3 \text{ else } e_4} \text{(R-If2)}$$

$$\frac{}{\text{fix}(\lambda f. \lambda x. e)v \rightarrow [v/x][\text{fix}(\lambda f. \lambda x. e)/f]e} \text{(R-App)}$$

$$\frac{e_1 \rightarrow e'_1}{e_1 e_2 \rightarrow e'_1 e_2} \text{(R-App1)} \quad \frac{e \rightarrow e'}{ve \rightarrow ve'} \text{(R-App2)}$$

$$\frac{}{\Gamma \vdash i : \text{int}} \text{(T-Int)}$$

$$\frac{\Gamma, f : \tau_1 \rightarrow \tau_2, x : \tau_1 \vdash e : \tau_2}{\Gamma \vdash \text{fix}(\lambda f. \lambda x. e) : \tau_1 \rightarrow \tau_2} \text{(T-Fix)}$$

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \text{int} \quad \Gamma \vdash e_2 : \text{int}}{\Gamma \vdash e_1 - e_2 : \text{int}} \text{(T-Sub)}$$

(T-If)

$$\frac{\Gamma(x) = \tau}{\Gamma \vdash x : \tau} \text{(T-Var)}$$

(T-App)

問 1. 上の空欄 (R-IfFalse), (T-If), (T-App) に適切な規則を書き入れよ。

問 2. この言語において、正の整数 n を受け取り、1 から n までの整数の総和を返す関数 SUM を書け。(ヒント：足し算は引き算を組み合わせれば表すことができる。)

氏名: _____ 学籍番号: _____

問 3. その関数 SUM に対する型つけの導出木を書き下せ。

氏名: _____ 学籍番号: _____

問4. 同じ関数 SUM に対し、関数適用 SUM(2) の 1 ステップごとの簡約を $e_1 \rightarrow e_2 \rightarrow e_3 \rightarrow \dots \rightarrow v$ の形で最後まで書け。(各簡約の導出木は書かなくて良い。)

氏名: _____ 学籍番号: _____

問5. この言語において、次の性質はそれぞれ成り立つか。成り立つならば証明の概略を数行程度で述べ、成り立たないならば反例を挙げよ。ただし \rightarrow^* は

$$\frac{}{e \rightarrow^* e} \text{(C-Ref)} \quad \frac{e_1 \rightarrow e_2 \quad e_2 \rightarrow^* e_3}{e_1 \rightarrow^* e_3} \text{(C-Step)}$$

なる規則により定義される二項関係である。

1. 任意の e について、 e が値でなければ、 $e \rightarrow e'$ なる e' が最低一個は存在する。
2. 任意の e について、 $\emptyset \vdash e : int$ ならば、 $e \rightarrow^* v$ なる v が最低一個は存在する。(ただし \emptyset は空の型環境を表す。)
3. 任意の e について、 $e \rightarrow e'$ なる e' は高々一個しか存在しない。
4. 任意の e について、 $e \rightarrow^* v$ なる v は高々一個しか存在しない。

氏名: _____ 学籍番号: _____